

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1

3+3 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ nicht regulär sind.

- (a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* : |w| \text{ ist eine Primzahl}\}$
- (b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* : |w| \text{ ist eine Zweierpotenz}\}$

Aufgabe 7.2

2+2 Punkte + 6 Zusatzpunkte

- (a) Seien L_1 und L_2 zwei reguläre Sprachen. Zeigen Sie, dass dann auch die *Konkatenation*

$$L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}$$

von L_1 und L_2 eine reguläre Sprache ist.

- (b) Sei L eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch der *Kleenesche Abschluss*

$$L^* = \{w_1 \dots w_n : n \in \mathbb{N}_0 \text{ und } w_1, \dots, w_n \in L\}$$

von L eine reguläre Sprache ist.

- (c) Geben Sie zwei Sprachen L_1 und L_2 an, die nicht regulär sind, aber deren Konkatenation regulär ist. Beweisen Sie, dass die von Ihnen angegebenen Sprachen die geforderten Eigenschaften besitzen.

Aufgabe 7.3

1+1+1 Punkte + 2 Zusatzpunkte

Beschreiben Sie jede der folgenden Sprachen durch einen regulären Ausdruck über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.

- (a) $L_1 = \{w_1 \dots w_n \in \Sigma^* : w_1 = 0 \text{ oder } w_n = 1\}$
- (b) $L_2 = \{w_1 \dots w_n \in \Sigma^* : n \geq 3 \text{ und } \exists i \in \{1, \dots, n-2\} : w_i = w_{i+1} = w_{i+2} = 0\}$.
- (c) $L_3 = \{w_1 \dots w_n \in \Sigma^* : \forall i \in \{1, \dots, n\} : (w_i = 1 \implies i < n \wedge w_{i+1} = 0)\}$
- (d) $L_4 = \{w_1 \dots w_n \in \Sigma^* : n \geq 1 \text{ und } \forall i \in \{1, \dots, n-1\} : w_i = 1 \implies w_{i+1} = 0\}$

Aufgabe 7.4

3 Punkte

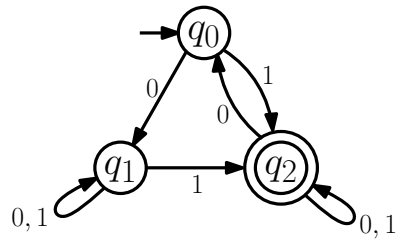
Welche Sprache beschreibt der reguläre Ausdruck $(a^+b(b^*a^+b)^*) + (b^+(a^+b^+)^*)$? Geben Sie eine möglichst einfache Darstellung dieser Sprache an und begründen Sie Ihre Behauptung kurz.

Hinweis: Für einen regulären Ausdruck R steht die Kurzschreibweise R^+ für RR^* . So steht zum Beispiel a^+b für aa^*b und nicht für $a + b$.

Aufgabe 7.5

3+3 Punkte

- (a) Geben Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache $L(M)$ des unten abgebildeten NFA M an.



- (b) Geben Sie einen NFA mit höchstens 3 Zuständen an, der die Sprache $L((a^+b^+)^*)$ entscheidet.