

Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1

2+2+2 Punkte + 4 Zusatzpunkte

Welche der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, \dots, 9\}$ können von einem DFA entschieden werden? Beweisen Sie Ihre Aussage.

- (a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* : \text{Das vorletzte Zeichen von } w \text{ ist } 7.\}$
- (b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* : |w|_1 = |w|_2\}$. Dabei bezeichne $|w|_y$ für ein Wort $w \in \Sigma^*$ und ein Zeichen $y \in \Sigma$ die Anzahl der Vorkommen von y in w .
- (c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ ist Dezimaldarstellung einer durch } 3 \text{ teilbaren Zahl } n \in \mathbb{N}\}$.
- (d) $L_4 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ ist Dezimaldarstellung einer durch } 43 \text{ teilbaren Zahl } n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 6.2

2+2+2 Punkte

Wir betrachten den DFA $M = (\{q_0, \dots, q_9\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, dessen Zustandsüberföhrungsfunktion δ durch folgende Tabelle gegeben ist:

δ	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9
a	q_4	q_3	q_2	q_3	q_8	q_2	q_8	q_7	q_0	q_7
b	q_1	q_6	q_8	q_6	q_3	q_0	q_5	q_5	q_3	q_1

- (a) Geben Sie einen DFA M_1 mit höchstens 8 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie M entscheidet.
- (b) Geben Sie einen DFA M_2 mit höchstens 7 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie M entscheidet.
- (c) Geben Sie einen DFA M_3 mit höchstens 5 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie M entscheidet.

Hinweis: Können Sie eine der Teilaufgaben lösen, dann müssen Sie die vorherigen Teilaufgaben nicht bearbeiten.

Aufgabe 6.3

3 Punkte + 3 Zusatzpunkte

Gegeben seien zwei Sprachen $L_1 = \{0^k 1^\ell : k, \ell \geq 0\}$ und $L_2 = \{1^k 0^\ell 1^\ell : k, \ell \geq 1\}$ über dem Alphabet $\{0, 1\}$ sowie deren Vereinigung $L = L_1 \cup L_2$.

- (a) Zeigen Sie, dass man mit Hilfe des Pumping-Lemmas nicht zeigen kann, dass es keinen DFA gibt, der die Sprache L entscheidet.
Hinweis: Zeigen Sie, dass Lemma 3.8 auch für die Sprache L gilt.
- (b) Zeigen Sie, dass die Sprache L nicht von einem DFA entschieden werden kann.

Aufgabe 6.4

3+3 Punkte

Wir betrachten den NFA $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$, dessen Zustandsüberföhrungsrelation δ durch folgende Tabelle gegeben ist:

δ	q_0	q_1	q_2	q_3
a	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
b	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$

- (a) Konstruieren Sie aus dem NFA M mit Hilfe der Potenzmengenkonstruktion einen äquivalenten DFA M' .
- (b) Geben Sie die Sprache an, die der NFA M entscheidet.

Aufgabe 6.5

6 Zusatzpunkte

In der Vorlesung haben wir einen DFA M mit vier Zuständen angegeben, der die Sprache

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* : |w|_0 \text{ ist gerade und } |w|_1 \text{ ist gerade}\}$$

entscheidet. Zeigen Sie, dass es keinen DFA M' mit weniger als 4 Zuständen gibt, der die Sprache L entscheidet.