Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1 — 6 Punkte

Wie oft muss man einen fairen Würfel im Erwartungswert hintereinander werfen, bis dieser zweimal in Folge eine Sechs zeigt?

Hinweis: Die Antwort ist nicht 36.

Aufgabe 8.2 — 6 Punkte

Bei der Analyse von *Bucketsort* sind wir davon ausgegangen, dass die n Zahlen unabhängig und uniform zufällig aus der Menge $\{0, \dots, 2^k - 1\}$ gewählt werden. Wir ändern nun das Zufallsexperiment wie folgt: Wir gehen weiterhin davon aus, dass die Zahlen unabhängig aus der Menge $\{0, \dots, 2^k - 1\}$ gewählt werden, diesmal aber nicht unbedingt uniform zufällig. Stattdessen wissen wir nur, dass jede Zahl aus $\{0, \dots, 2^k - 1\}$ eine Wahrscheinlichkeit von höchstens $a/2^k$ besitzt, gewählt zu werden, wobei $a > 0$ eine Konstante ist.

Zeigen Sie, dass *Bucketsort* auch dann im Erwartungswert lineare Laufzeit besitzt.

Aufgabe 8.3 — 6 Punkte

Wir werfen n^3 Bälle unabhängig und uniform zufällig in n Kisten. Zeigen Sie, dass mit einer Wahrscheinlichkeit, die für $n \to \infty$ gegen 1 konvergiert, jede Kiste zwischen $n^2 - x$ und $n^2 + x$ Bälle enthält, wobei $x = \sqrt{6 \ln n} \cdot n$ ist. Was folgt daraus für die erwartete Anzahl an Bällen in der vollsten Kiste?

Aufgabe 8.4 — 6 Punkte

Seien X und Y zwei Mengen mit jeweils n Elementen. Wir erstellen für beide Mengen Bloom-Filter mit derselben Anzahl m an Bits und denselben k Hash-Funktionen. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl an Bits, in denen sich die beiden Bloom-Filter unterscheiden, in Abhängigkeit von m, n, k und der Größe $|X \cap Y|$ des Schnittes der beiden Mengen.