

## Übungsblatt 12

### Aufgabe 12.1

6 Punkte

Wir betrachten eine Modifikation des Rucksackproblems, bei dem jedes Objekt bis zu  $k$ -mal in den Rucksack gepackt werden darf. Geben Sie einen Algorithmus an, der die Paretomenge für eine gegebene Instanz bestimmt und bei dem der Parameter  $k$  nur logarithmisch in die Laufzeit eingeht, und beweisen Sie dessen Korrektheit.

### Aufgabe 12.2

6 Punkte

Wir betrachten eine Modifikation des Rucksackproblems, bei dem jedes Objekt  $k$  Profite besitzt. Verallgemeinern Sie den Nemhauser–Ullmann–Algorithmus, um für eine gegebene Instanz für dieses Problem die Paretomenge zu bestimmen, und zeigen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus.

### Aufgabe 12.3

6 Punkte

Wir betrachten einen Graphen  $G = (V, E)$  mit zwei nichtnegativen Kantengewichtungsfunktionen  $c_1, c_2: E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  und zwei ausgezeichnete Knoten  $s \neq t \in V$ . Sei  $W \subseteq E$  ein einfacher Weg. Die Kosten von  $W$  bzgl.  $c_i$  sind definiert durch

$$c_i(W) = \sum_{e \in W} c_i(e).$$

Ziel ist es, beide Kosten simultan zu minimieren. Geben Sie einen Algorithmus an, der die Menge aller Pareto-optimalen einfachen  $s$ - $t$ -Wege berechnet. Orientieren Sie sich dabei am Algorithmus von Floyd und Warshall. Weisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus nach.

### Aufgabe 12.4

6 Punkte

Wir betrachten das metrische Travelling Salesperson Problem auf  $n$  Punkten, die uniform zufällig aus dem Einheitsquadrat  $[0, 1]^2$  gewählt werden. Als Metrik verwenden wir das Euklidische Abstandsmaß. Wir betrachten die folgenden Pivotalisierungsregeln für die 2-OPT-Heuristik:

- Führe den Verbesserungsschritt durch, der die kleinste Verbesserung bringt.
- Führe den Verbesserungsschritt durch, der die größte Verbesserung bringt.
- Wähle aus allen Verbesserungsschritten uniform zufällig einen aus und führe diesen durch.

Bestimmen Sie empirisch für jede dieser Pivotalisierungsregeln für  $n = 4, \dots, 50$  die erwartete Anzahl an Verbesserungsschritten und die erwartete Länge der berechneten Rundreise. Verwenden Sie als Startrundreise stets eine uniform zufällige Rundreise.