Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Präsenzblatt 0

Aufgabe 0.1

Wir betrachten ein Zwei-Personen-Spiel, bei dem es stets einen Gewinner und einen Verlierer gibt. Beide Spieler haben dieselbe Gewinnwahrscheinlichkeit und spielen das Spiel so oft, bis einer von ihnen insgesamt n-mal gewonnen hat. Dieser ist dann der Sieger des gesamten Spiels. Bestimmen Sie für jede ganze Zahl $k \geq 0$ die Wahrscheinlichkeit, dass der Verlierer bis zum Ende des Spiels insgesamt k-mal gewonnen hat.

Aufgabe 0.2

Finden Sie ein Beispiel für drei Ereignisse, die paarweise unabhängig, aber nicht unabhängig sind.

Aufgabe 0.3

In einer Spielshow gibt es drei Tore. Hinter einem befindet sich der Hauptgewinn, hinter den anderen beiden ein Trostpreis. Der Kandidat erhält den Preis hinter dem Tor, für das er sich entscheidet. Nachdem sich der Kandidat für ein Tor entschieden hat, öffnet der Showmaster eines der anderen beiden Tore. Glücklicherweise kommt ein Trostpreis zum Vorschein. Um den Kandidaten weiter auf die Folter zu spannen, bietet der Showmaster ihm die Möglichkeit an, sich für das andere geschlossene Tor zu entscheiden.

(a) Sollte der Kandidat diese Chance nutzen, wenn er weiß, dass der Showmaster das Tor uniform zufällig ausgewählt hat?

(b) Sollte der Kandidat diese Chance nutzen, wenn er weiß, dass der Showmaster weiß, hinter welchem Tor sich welcher Preis befindet und er absichtlich ein Tor geöffnet hat, hinter dem sich ein Trostpreis befindet?

Aufgabe 0.4

Ein 3-Mann-Team kämpft bei einer Spielshow um den Hauptgewinn. Dazu muss es das folgende Spiel gewinnen: Jedes der Teammitglieder bekommt einen farbigen Hut aufgesetzt. Jeder Hut ist, unabhängig von der Farbe der Hüte der anderen Spieler, mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ rot und mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ grün. Damit die Spieler den Hauptpreis gewinnen, müssen sie gleichzeitig je einen Tipp über die Farbe des eigenen Hutes abgeben. Dazu können sie entweder eine Farbe nennen oder die Antwort verweigern. Das Team gewinnt den Hauptgewinn, wenn keiner eine falsche Farbe und mindestens einer die richtige Farbe seines Hutes genannt hat.

Das Team darf sich vor der Vergabe der Hüte auf eine gemeinsame Strategie einigen. Sobald die Hüte verteilt werden, dürfen keine Informationen mehr ausgetauscht werden.

(a) Geben Sie eine Strategie an, mit der das Team eine Gewinnchance von $1/2$ hat.

(b) Gibt es eine Strategie, mit der das Team eine Gewinnchance von $3/4$ hat?

Aufgabe 0.5

Als Zeichen seines guten Willens lässt ein Gefängnisdirektor an seinem Geburtstag die Insassen mit den Nummern 1 bis 100, die wegen geistiger Untätigkeit zu einer Woche Dauerarrest verurteilt wurden, zu sich bringen und schlägt ihnen folgendes Spiel vor: In einem Raum befinden sich 100 geschlossene Boxen, die jeweils eine der Zahlen 1 bis 100 enthalten. Diese wurden gemäß einer zufälligen Permutation von $1, \ldots, 100$ den Boxen zugeordnet, wobei jede Permutation gleichwahrscheinlich war. Die Gefangenen sollen nun nacheinander den Raum betreten, je 50 Boxen öffnen, anschließend alle Boxen wieder verschließen und den Raum verlassen. Es dürfen nie zwei Gefangene gleichzeitig im Raum sein. Wenn jeder Insasse seine eigene Nummer gefunden hat, werden alle Insassen frühzeitig entlassen. Ansonsten muss jeder seinen Arrest absitzen.

Die Gefangenen dürfen sich, bevor der erste den Raum betritt, auf eine gemeinsame Strategie einigen. Anschließend dürfen keine Informationen mehr ausgetauscht werden. Geben Sie eine Strategie an, mit der die Gefangenen mit Wahrscheinlichkeit mindestens $1 - \ln 2 \approx 0.31$ freikommen.