

## Übungsblatt 8

### Aufgabe 8.1

8 Punkte

Wir betrachten den folgenden Algorithmus für das 2-Server-Problem in einem beliebigen euklidischen Raum, der Anfrage  $\sigma_i$  für  $i \geq 2$  wie folgt bearbeitet: Sei  $x$  der Server, der  $\sigma_{i-1}$  bearbeitet hat, sei  $y$  der andere Server und sei  $b = d(x, \sigma_i)$  der Abstand von Server  $x$  zu dem gerade angefragten Punkt. Gilt  $d(y, \sigma_i) \leq 3b$ , dann bearbeite die Anfrage mit Server  $y$ . Anderenfalls bearbeite die Anfrage mit Server  $x$  und bewege Server  $y$  um  $3b$  Richtung  $\sigma_i$ .

Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus 11-kompetitiv ist.

*Hinweis:* Betrachten Sie als Potentialfunktion  $\Phi = 2 \cdot M_{\min}$  und führen Sie eine Fallunterscheidung durch, abhängig davon, mit welchem Server der optimale Offline-Algorithmus und mit welchem Server der obige Algorithmus die Anfrage bearbeitet.

### Aufgabe 8.2

4+4 Punkte

Sei  $n = a^2$  für eine natürliche Zahl  $a$ . Wir betrachten den metrischen Raum  $\mathcal{M} = (M, d)$  mit  $M = \{1, \dots, a\} \times \{1, \dots, a\}$  und  $d((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$ .

- Geben Sie einen  $k \cdot (a + 1)$ -kompetitiven deterministischen Online-Algorithmus für das  $k$ -Server-Problem auf dem metrischen Raum  $\mathcal{M}$  an.
- Geben Sie einen  $k \cdot (\frac{a}{2} + 1)$ -kompetitiven randomisierten Online-Algorithmus für das  $k$ -Server-Problem auf dem metrischen Raum  $\mathcal{M}$  an.

### Aufgabe 8.3

4+4 Punkte

Wir betrachten einen Kreis  $C = (V, E)$  mit  $n = |V|$  Knoten und positiven Kantengewichten  $c_e$ ,  $e \in E$ , die sich zu 1 addieren.

- Sei  $c_{\max} = \max_{e \in E} c_e$ . Geben Sie einen  $k \cdot \max\{1, \frac{1}{c_{\max}} - 1\}$ -kompetitiven deterministischen Online-Algorithmus für das  $k$ -Server-Problem auf diesem Graphen an.
- Geben Sie einen  $2k$ -kompetitiven randomisierten Online-Algorithmus für das  $k$ -Server-Problem auf diesem Graphen an.