Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Online-Algorithmen
Sommersemester 2013
Abgabe: 25.06.2013, 12:00 Uhr

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1

6 Punkte

Im Beweis von Theorem 4.10 haben wir ausgenutzt, dass es eine Konstante τ gibt, die nur von k und der Metrik $\mathcal{M} = (M, d)$ abhängt, für die $d_T(DC_T(\sigma)) \leq k \cdot d_T(\mathrm{OPT}_T(\sigma)) + \tau$ für jede Baummetrik $\mathcal{M}_T \in \mathcal{S}$ gilt. Zeigen Sie, dass diese Ungleichung für $\tau = 12k^2\Delta$ mit $\Delta = \max_{x,y \in M} d(x, y)$ erfüllt ist.

Aufgabe 10.2

6 Punkte

Zeigen Sie, dass der DC-Algorithmus **strikt** k-kompetitiv auf Bäumen ist, wenn er in derselben Konfiguration wie OPT startet und sich in dieser Konfiguration alle Server am selben Punkt befinden.

Aufgabe 10.3

6+6 Punkte

Wir betrachten das Online-Problem Two-Way-Trading, das sich von One-Way-Trading nur darin unterscheidet, dass wir zusätzlich die Option haben, Dollar zum aktuellen Wechselkurs zurück zu tauschen. Die auftretenden Wechselkurse liegen alle im Intervall $[m, M]$. Am Ende der Sequenz werden die übrigen Euro zum letzten Kurs in Dollar getauscht. Der Gewinn eines Algorithmus ist definiert durch die Anzahl der Dollar, die er am Ende besitzt.

(a) Zeigen Sie, dass kein deterministischer Algorithmus, der m und M kennt, auf Sequenzen gerader Länge n einen besseren strikt kompetitiven Faktor als $r_2^\star(m, M)^{n/2}$ erreicht.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass es ohne Einschränkung genügt, Algorithmen zu betrachten, die bei einem Wechselkurs von M alle Euro in Dollar und bei einem Wechselkurs von m alle Dollar in Euro tauschen.

(b) Geben Sie einen deterministischen Algorithmus an, der auf Sequenzen der Länge n einen strikt kompetitiven Faktor von $r_\infty^\star(m, M)^n$ erreicht, wenn er m und M kennt.

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst, wie der optimale Offline-Algorithmus arbeitet.