Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Online-Algorithmen
Sommersemester 2012
Abgabe: 21.06.2012 in der Vorlesung

Übungsblatt 9

Aufgabe 9.1

4+2+2 Punkte

(a) Wir bezeichnen einen metrischen Raum (M, d) als *Teilraum* eines metrischen Raumes (M', d'), wenn $M \subseteq M'$ und $d(x, y) = d'(x, y)$ für alle $x, y \in M$ gilt. Zeigen Sie, dass man das Travelling Salesperson Problem (TSP) auf Teilräumen von Baummetriken in Polynomialzeit lösen kann.

(b) Geben Sie einen randomisierten $O(\log n)$-Approximationsalgorithmus für das metrische TSP an, der auf Einbettungen basiert.

(c) Für die Herleitung von randomisierten Approximationsalgorithmen mit Hilfe von Einbettungen benötigen wir dominierende Einbettungen, d.h. wir fordern $d(x, y) \leq d'(x, y)$ für alle $x, y \in M$ (siehe Definition 4.1). Würde es auch genügen, wenn diese Eigenschaft nur im Erwartungswert gilt, d.h. $d(x, y) \leq \mathbf{E}\left[d'(x, y)\right]$?

Aufgabe 9.2

6+2 Punkte

Wir betrachten den ungewichteten Kreis $C_n = (V_n, E_n)$ auf n Knoten.

(a) Zeigen Sie, dass der Streckungsfaktor jeder Einbettung von C_n in einen gewichteten Baum $T = (V_n, E)$ auf derselben Knotenmenge mindestens $n - 1$ beträgt.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass es zu jeder Einbettung von C_n in einen gewichteten Baum $T = (V_n, E)$ mit Streckungsfaktor α eine Einbettung in einen gewichteten Pfad $P = (V_n, E')$ mit Streckungsfaktor höchstens α gibt.

(b) Geben Sie eine Einbettung von C_n in einen gewichteten Baum $T = (V_T, E)$ mit $V_T \supseteq V_n$ und Streckungsfaktor höchstens $\frac{n}{2}$ an.

Aufgabe 9.3

4+4 Punkte

Wir betrachten eine spezielle Variante des One-Way-Trading-Problems, bei der der Spieler k-mal einen Teil seines Budgets zum aktuellen Wechselkurs tauschen darf, $k \geq 1$. Ist die Sequenz zu Ende und der Spieler hat noch nicht sein komplettes Budget getauscht, dann wird der Rest zum schlechtest möglichen Wechselkurs m getauscht.

(a) Geben Sie eine deterministische Strategie mit möglichst gutem kompetitiven Faktor an, wenn m und M bekannt sind.

(b) Geben Sie eine deterministische Strategie mit möglichst gutem kompetitiven Faktor an, wenn nur $\varphi = \frac{M}{m}$ bekannt ist.