Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Online-Algorithmen
Sommersemester 2012
Abgabe: 14.06.2012 in der Vorlesung

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1

8 Punkte

Wir betrachten den folgenden Algorithmus für das 2-Server-Problem in einem beliebigen euklidischen Raum, der Anfrage σ_i für $i \geq 2$ wie folgt bearbeitet: Sei x der Server, der σ_{i-1} bearbeitet hat, sei y der andere Server und sei $b = d(x, \sigma_i)$ der Abstand von Server x zu dem gerade angefragten Punkt. Gilt $d(y, \sigma_i) \leq 3b$, dann bearbeite die Anfrage mit Server y. Anderenfalls bearbeite die Anfrage mit Server x und bewege Server y um $3b$ Richtung σ_i.

Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus 11-kompetitiv ist.

Hinweis: Betrachten Sie als Potentialfunktion $\Phi = 2 \cdot M_{\text{min}}$ und führen Sie eine Fallunterscheidung durch, abhängig davon, mit welchem Server der optimale Offline-Algorithmus und mit welchem Server der obige Algorithmus die Anfrage bearbeitet.

Aufgabe 8.2

4+4 Punkte

Sei $n = a^2$ für eine natürliche Zahl a. Wir betrachten den metrischen Raum $\mathcal{M} = (M, d)$ mit $M = \{1, \ldots, a\} \times \{1, \ldots, a\}$ und $d\big((x_1, x_2), (y_1, y_2)\big) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$.

(a) Geben Sie einen $k \cdot (a + 1)$-kompetitiven deterministischen Online-Algorithmus für das k-Server-Problem auf dem metrischen Raum $\mathcal{M}$ an.

(b) Geben Sie einen randomisierten Online-Algorithmus für das k-Server-Problem auf dem metrischen Raum $\mathcal{M}$ an, der $k \cdot \left(\frac{a}{2} + 1\right)$-kompetitiv gegen blinde Gegenspieler ist.

Aufgabe 8.3

4+4 Punkte

Wir betrachten einen Kreis $C = (V, E)$ mit $n = |V|$ Knoten und positiven Kantengewichten c_e, $e \in E$, die sich zu 1 addieren.

(a) Sei $c_{\max} = \max_{e \in E} c_e$. Geben Sie einen $k \cdot \max\left\{1, \frac{1}{c_{\max}} - 1\right\}$-kompetitiven deterministischen Online-Algorithmus für das k-Server-Problem auf diesem Graphen an.

(b) Geben Sie einen randomisierten Online-Algorithmus für das k-Server-Problem auf diesem Graphen an, der $2k$-kompetitiv gegen blinde Gegenspieler ist.