

## Übungsblatt 10

### Aufgabe 10.1

6 Punkte

Im Beweis von Theorem 4.6 haben wir ausgenutzt, dass es eine Konstante  $\tau$  gibt, die nur von  $k$  und der Metrik  $\mathcal{M} = (M, d)$  abhängt, für die

$$d_T(DC_T(\sigma)) \leq k \cdot d_T(\text{OPT}_T(\sigma)) + \tau$$

für jede Baummetrik  $\mathcal{M}_T \in \mathcal{S}$  gilt. Zeigen Sie, dass diese Ungleichung für  $\tau = 8k^2\Delta$  mit  $\Delta = \max_{x,y \in M} d(x,y)$  erfüllt ist.

### Aufgabe 10.2

6 Punkte

Zeigen Sie, dass der DC-Algorithmus **strikt**  $k$ -kompetitiv auf Bäumen ist, wenn er in derselben Konfiguration wie OPT startet und sich in dieser Konfiguration alle Server am selben Punkt befinden.

*Hinweis:* Wenden Sie eine stärkere Version von Theorem 2.9 im Beweis von Theorem 3.9 an.

### Aufgabe 10.3

6+6 Punkte

Wir betrachten das Online-Problem Two-Way-Trading, das sich von One-Way-Trading nur darin unterscheidet, dass wir zusätzlich die Option haben, Dollar zum aktuellen Wechselkurs zurück zu tauschen. Die auftretenden Wechselkurse liegen alle im Intervall  $[m, M]$ . Am Ende der Sequenz werden die übrigen Euro zum letzten Kurs in Dollar getauscht. Der Gewinn eines Algorithmus ist definiert durch die Anzahl der Dollar, die er am Ende besitzt.

- (a) Zeigen Sie, dass kein deterministischer Algorithmus, der  $m$  und  $M$  kennt, auf Sequenzen gerader Länge  $n$  einen besseren strikt kompetitiven Faktor als  $r_2^*(m, M)^{n/2}$  erreicht.

*Hinweis:* Zeigen Sie zunächst, dass es ohne Einschränkung genügt, Algorithmen zu betrachten, die bei einem Wechselkurs von  $M$  alle Euro in Dollar und bei einem Wechselkurs von  $m$  alle Dollar in Euro tauschen.

- (b) Geben Sie einen deterministischen Algorithmus an, der auf Sequenzen der Länge  $n$  einen strikt kompetitiven Faktor von  $r_\infty^*(m, M)^n$  erreicht, wenn er  $m$  und  $M$  kennt.

*Hinweis:* Überlegen Sie sich zunächst, wie der optimale Offline-Algorithmus arbeitet.