Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Algorithmen und Berechnungskomplexität II
Sommersemester 2011
Abgabe: 04.05.2011 in der Vorlesung

Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1

6 Punkte

Zeigen Sie durch Unterprogrammtechnik, dass die Sprache $A_{\mathbb{P}} = \{\langle M \rangle : L_M = \mathbb{P}\}$ nicht rekursiv ist, wobei $\mathbb{P}$ die Menge aller Primzahlen (in Binärkodierung) ist.

Aufgabe 4.2

6 Punkte

Die Sprache

$$N = \left\{ \text{code}(p) : p \text{ ist Polynom mit einer ganzzahligen Nullstelle } (z_1, \ldots, z_l) \in \mathbb{Z}^l \right\}$$

des 10. Hilbertschen Problems ist unentscheidbar. Wir betrachten nun die Sprache

$$N_{\mathbb{N}} = \left\{ \text{code}(p) : p \text{ ist Polynom mit einer } \textbf{natürlichen} \text{ Nullstelle } (n_1, \ldots, n_l) \in \mathbb{N}^l \right\} .$$

Zeigen Sie, dass sich N auf $N_{\mathbb{N}}$ reduzieren lässt.

Aufgabe 4.3

4 Punkte

Zeigen Sie, dass das Postsche Korrespondenzproblem (PKP) für jedes Alphabet Σ mit $|\Sigma| = 1$ entscheidbar ist.

Aufgabe 4.4

2+3+3 Punkte

(a) Für welche Sprachen L über dem Alphabet Σ gilt $L \leq \emptyset$ bzw. $L \leq \Sigma^*$? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Seien $L_1, L_2 \notin \{\emptyset, \Sigma^*\}$ rekursive Sprachen über dem Alphabet Σ. Zeigen Sie, dass $L_1 \leq L_2$ gilt.

(c) Gilt die Aussage aus Aufgabenteil (b) auch für rekursiv aufzählbare Sprachen $L_1, L_2 \notin \{\emptyset, \Sigma^*\}$?