Institut für Informatik I
Prof. Dr. Heiko Röglin
Tobias Brunsch

Algorithmen und Berechnungskomplexität II
Sommersemester 2011
Abgabe: 27.04.2011 in der Vorlesung

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

3+3 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass das Reduktionskonzept „$\leq$“ transitiv ist, das heißt es gilt: Aus $L_1 \leq L_2$ und $L_2 \leq L_3$ folgt $L_1 \leq L_3$.

(b) Beweisen Sie, dass die Sprache L rekursiv ist, wenn ein Aufzähler E existiert, der alle Wörter von L in kanonischer Reihenfolge ausgibt.

Hinweis: Sie können annehmen, dass L unendlich viele Wörter enthält.

Aufgabe 3.2

1+4+1+2+4 Punkte

Zeigen oder widerlegen Sie formal, dass die folgenden Sprachen entscheidbar sind.

(a) $A_{\text{all}} = \{\langle M \rangle : M \text{ akzeptiert alle Eingaben}\}$

(b) $L_{q_3} = \left\{ \langle M \rangle : \begin{array}{l} M \text{ ist Turingmaschine mit mindestens drei Zuständen und} \\ \text{erreicht } q_3 \text{ bei leerer Eingabe nach endlich vielen Schritten} \end{array} \right\}$.

(c) $L_{16x} = \{\langle M \rangle : M \text{ multipliziert die (binäre) Eingabezahl mit } 16\}$.

(d) $L_{q_0} = \{\langle M \rangle : M \text{ verlässt Zustand } q_0 \text{ bei leerer Eingabe}\}$.

(e) $A = \{\langle M \rangle w : M \text{ akzeptiert } w\}$.

Aufgabe 3.3

3+3 Punkte

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Sind L_1 und L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen, dann ist die Sprache $L_1 \setminus L_2$ auch rekursiv aufzählbar.

(b) Sind L_1 und L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen, dann ist die Sprache $L_1 \cdot L_2 := \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$ auch rekursiv aufzählbar.