

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1

3+3 Punkte

Geben Sie die formale Darstellung der Sprache für die nachfolgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe, zur Eingabelänge und zur Alphabetgröße.

- Ein Hamiltonpfad in einem gerichteten Graphen G ist ein gerichteter Weg in G , in dem jeder Knoten von G genau einmal vorkommt. Die Sprache des Hamiltonpfad-Problems L_{Hamilton} enthält alle gerichteten Graphen, die mindestens einen Hamiltonpfad besitzen.
- Das Subset-Sum-Problem erhält als Eingabe eine Menge M von natürlichen Zahlen und eine natürliche Zahl b . Die Sprache $L_{\text{Subset-Sum}}$ beinhaltet alle Paare (M, b) , für die es eine Teilmenge $S \subseteq M$ mit $\sum_{s \in S} s = b$ gibt.

Aufgabe 1.2

6 Punkte

Wir betrachten die Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$ und der Zustandsübergangsfunktion δ , gegeben durch folgende Tabelle:

| | 0 | 1 | B |
|-------|---------------|---------------|-------------------|
| q_0 | $(q_0, 0, R)$ | $(q_0, 1, R)$ | (q_1, B, L) |
| q_1 | (q_2, B, R) | (q_3, B, R) | (\bar{q}, B, R) |
| q_2 | $(q_4, 0, L)$ | $(q_4, 0, L)$ | $(q_4, 0, L)$ |
| q_3 | $(q_4, 1, L)$ | $(q_4, 1, L)$ | $(q_4, 1, L)$ |
| q_4 | $(q_4, 1, L)$ | $(q_4, 0, L)$ | (q_1, B, L) |

Beschreiben Sie das Verhalten von M auf einer beliebigen Eingabe $w \in \{0, 1\}^*$. Erläutern Sie kurz die Bedeutung der einzelnen Zustände. Gibt es Einträge in der Tabelle, die nur der Vollständigkeit halber existieren und nie benötigt werden?

Aufgabe 1.3

6 Punkte

Es soll eine Turingmaschine über dem Eingabealphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ und dem Bandalphabet $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$ konstruiert werden, die die Sprache $L = \{ww^R : w \in \Sigma^*\}$ entscheidet. Dabei sei $w^R = \varepsilon$ für $w = \varepsilon$ und $w^R = w_n \dots w_1$ für $w = w_1 \dots w_n$. Beschreiben Sie zunächst die benötigten Zustände und die Vorgehensweise in den einzelnen Zuständen. Geben Sie dann die Zustandsübergangsfunktion in Form einer Tabelle an.

Hinweis: Die Eingabe kann bei Bedarf überschrieben werden.

Aufgabe 1.4

3+3 Punkte

- Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$ eine Turingmaschine, deren Speicherplatzbedarf für eine Eingabe der Länge n maximal $s(n)$ beträgt. Zeigen Sie, dass falls M auf einer Eingabe w der Länge n hält, dann spätestens nach $(|Q| - 1) \cdot |\Gamma|^{s(n)} \cdot s(n) + 1$ Schritten.
- Gegeben sei eine Turingmaschine M mit Laufzeitschranke $t(n)$, die eine Sprache L entscheidet. Unser Ziel ist es, eine Turingmaschine M' mit Laufzeitschranke $O(t(n))$ zu konstruieren, die die Sprache L entscheidet und ein einseitig beschränktes Band besitzt: Die Eingabe sei links von einem Trennzeichen $\#$ und rechts vom Blankensymbol B begrenzt. Der Schreib-Lese-Kopf von M' darf nie links vom Trennzeichen $\#$ stehen. Beschreiben Sie in Worten, wie man M' aus M konstruieren kann.